



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НОВОСИБИРСКОЙ ОБЛАСТИ
«НОВОСИБИРСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

ЕН.01. МАТЕМАТИКА

Методические указания

для студентов – заочников по программе подготовки специалистов среднего звена 13.02.01 Тепловые электрические станции.

ОДОБРЕНЫ
цикловой комиссией
(электротехнических дисциплин)

Протокол №__ от _____

Председатель комиссии

_____ ФИО председателя
(подпись) (инициалы, фамилия)
« ____ » _____ 20 ____ г.

Составитель:
Кудинова Олеся Николаевна

Разработаны в соответствии
с рабочей программой
дисциплины
(ЕН.01. Математика)

СОГЛАСОВАНО
Заместитель директора
по УВР

(подпись) (Ю.В. Тарасова)
« ____ » « ____ 20 ____ г.

Оглавление

1. Введение.....	4
2. Содержание учебной дисциплины	5
3. Методические указания	8
4. Задание на выполнение контрольных работ.....	9
5. Вопросы к экзамену для студентов заочного отделения НПЭК по курсу «ЕН.01. Математика»	25
6. Список рекомендуемой литературы.....	29

1. Введение

Значение математической подготовки в становлении современного человека определяет следующие общие цели математического образования: - овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; - интеллектуальное развитие обучающихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе; - формирование представлений об идеях математики, о математике как форме описания и методе познания действительности; - формирование представлений о значимости математики как части общечеловеческой культуры в развитии цивилизации и в современном обществе

Требования к результатам освоения дисциплины «ЕН.01. Математика»

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы;

основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

основы интегрального и дифференциального исчисления

Виды учебных занятий:

- лекции 20 часов;
- практические занятия 6 часов;
- самостоятельные занятия 10 часов
- промежуточная аттестация по дисциплине в виде: экзамен.

2. Содержание учебной дисциплины

Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект) <i>(если предусмотрены)</i>	Количество часов
Тема 1. Матрицы. Операции над матрицами. Матрица. Виды матриц: прямоугольная, квадратная, матрица – строка, матрица – столбец, одноэлементная, диагональная, единичная, нулевая. Действия с матрицами: умножение матрицы на число, сложение матриц, вычитание матриц, умножение матриц, транспонирование матриц. Определители 2-го и 3-го порядка. Системы линейных уравнений.	4
Практические занятия: Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение систем линейных уравнений матричным методом. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2
Самостоятельная работа обучающихся Домашняя контрольная работа	2
Тема 2. Дифференциальное исчисление Предел функции. Производная сложной функции. Дифференциал функции.	2
Практические занятия: Вычисление производных. Вычисление производных. Решение прикладных задач.	1
Самостоятельная работа обучающихся Домашняя контрольная работа	2
Тема 3. Интегральное исчисление Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.	2

Практические занятия: Нахождение интегралов методом замены и интегрирования по частям. Решение прикладных задач. Вычисление определенного интеграла.	1
Самостоятельная работа обучающихся Домашняя контрольная работа	2
Тема 4. Комплексные числа Комплексные числа: действительная и мнимая части комплексного числа, мнимая единица, сопряженные комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.	2
Практические занятия: Действия с комплексными числами.	1
Самостоятельная работа обучающихся Домашняя контрольная работа	2
Тема 5. Основные понятия теории вероятностей Вероятность события. Свойства вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Дискретная случайная величина.	2
Практические занятия: Вычисление вероятностей	1
Самостоятельная работа обучающихся Домашняя контрольная работа	1
Тема 6. Элементы математической статистики Основные понятия математической статистики. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.	2

Числовые характеристики выборки.	
Самостоятельная работа обучающихся	1
Домашняя контрольная работа	
	30

3. Методические указания

В течение курса изучения дисциплины студенту необходимо выполнить домашнюю контрольную работу. Работа включает задания по темам:

Тема 1. Матрицы. Операции над матрицами.

Тема 2. Дифференциальное исчисление

Тема 3. Интегральное исчисление

Тема 4. Комплексные числа

Тема 5. Основные понятия теории вероятностей

Тема 6. Элементы математической статистики

Вариант	Номер практического задания
1	1, 11, 21, 31, 41,51,61,71
2	2, 12, 22, 32, 42,52,62,72
3	3, 13, 23, 33, 43,53, 63,73
4	4, 14, 24, 34, 44,54, 64,74
5	5, 15, 25, 35, 45,55, 66,76
6	6, 16, 26, 36, 46,56, 66,76
7	7, 17, 27, 37, 47,57, 67,77
8	8, 18, 28, 38, 48,48, 68,78
9	9, 19, 29, 39, 49,59, 69,79
10	10, 20, 30, 40, 50,60,70,80

Этапы написания контрольной работы:

1. Внимательно и вдумчиво изучить данные Методические указания, получив при необходимости у преподавателя или в учебной части ответы на возникшие вопросы (консультацию)

2. Безошибочно определить свой вариант контрольной работы. В противном случае работа к защите не допускается.

3. Задачи для своего решения требуют знания теоретического материала (см. список рекомендуемой литературы). Следует внимательно ознакомиться с условиями задач и затем использовать соответствующую методику расчётов или принцип её решения.

4. Задание на выполнение контрольных работ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Решите систему уравнений методом Крамера.

$$1. \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x - 5y - 6z = 1 \\ -13x + 4y + 3z = 1 \\ 7x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x + 4y - 3z = 2 \\ -3x + 4y + 3z = 14 \\ 7y + 5z = 29 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 5x + 2y - 4z = 6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 7x + 3y + 2z = 21 \\ 7x - 4y + z = 12 \\ 2x - 3y - z = -1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ 4x + 5y - 4z = 3 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - y + 2z = -7 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = -7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ 2x + y - 5z = 9 \\ 4x - 3y + z = 7 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x - 3y + z = 7 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + 7y - 4z = 0 \end{cases}$$

2. Вычислите пределы:

$$11. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x + 3} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 2}$$

$$12. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2 + x} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x - 1}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$13. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + 4x - 3}{5x^2 + 2x + 1} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 + x}{x^2 - 9}$$

$$14. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1}$$

$$15. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x}) \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 4x + x^3}{x - 2x^3}$$

$$16. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16 + x^2} - 4}{x^2} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 1}{2 - x^4 + 3x^3}$$

$$17. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$18. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x) \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 8x + 7}{x - 1}$$

$$19. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 5x} - x \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

$$20. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 6x^2}{2 + 3x^2} \qquad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

3. Найдите производные:

21. а) $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$

б) $y = \operatorname{tg}^5 3x$

в) дана функция

$$f(x) = \sqrt{5x^2 + 2x + 1},$$

найти $f'(-1)$

22. а) $y = \operatorname{Ctg}x \cdot x^7$

б) $y = e^{\sqrt{x}}$

в) дана

функция, $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2x}}$,

найти $f'(2)$

23. а) $y = \sin x \cdot \sqrt{x}$

б) $y = \operatorname{arcCtg} \sqrt{2x}$

в) дана функция

$f(x) = \operatorname{arctg}x$, найти

$f'(\sqrt{3})$

24. а) $y = \frac{6}{x} - 2 \operatorname{arcsin} x$

б) $y = \sqrt{\operatorname{tg}x + 3}$

в) дана функция

$f(x) = \frac{9x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, найти

$f'(2\sqrt{2})$

25. а) $y = 7\sqrt{x} - 4\operatorname{tg}x$

б) $y = 3^{2x^2}$

в) дана функция

$f(x) = \frac{\operatorname{tg}x - 1}{\operatorname{tg}x}$, найти

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

26. а) $y = \frac{x^3 + 1}{x}$

б) $y = e^{\cos x}$

в) дана функция

$f(x) = \sin x + \operatorname{tg}x$, найти

$$f'(\pi)$$

27. а) $y = \cos x \cdot x^9$

б) $y = \ln \sin x$

в) дана функция

$$f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{8+x^3}}, \text{ найти}$$

$$f'(1)$$

28. а) $y = \frac{1-x^3}{1+x^3}$

б) $y = \ln \operatorname{tg} x$

в) дана функция

$$f(x) = \cos^3 x \cdot \sin x, \text{ найти}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

29. а) $y = x^2 + \sin x$

б) $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin^2 x$

в) дана функция

$$f(x) = \ln \sin \frac{x}{3}, \text{ найти}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

30. а) $y = \operatorname{tg} 2x - \operatorname{Ctg} 2x$

б) $y = e^{\sin x} \cdot \cos x$

в) дана функция

$$f(x) = \operatorname{arctg} e^{-x}, \text{ найти}$$

$$f'(0)$$

4. Вычислите интегралы:

31. а) $\int \frac{5 dx}{\cos^2 x}$

б) $\int (3x+2)^5 dx$

в) $\int x \cdot \sin x dx$

32. а) $\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$

б) $\int \frac{dx}{(4x+1)^4}$

в) $\int x \cdot \cos x dx$

33. a) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ б) $\int \frac{x^2 dx}{5x^3+1}$ B) $\int x \cdot \ln x dx$
34. a) $\int \frac{2 dx}{1+x^2}$ б) $\int \sin 3x^2 \cdot x dx$ B) $\int x \cdot e^x dx$
35. a) $\int \frac{2 dx}{\sin^2 \frac{1}{5} x}$ б) $\int \sqrt{2 \sin x - 1} \cdot \cos x dx$ B) $\int \arcsin x dx$
36. a) $\int \frac{dx}{16+25x^2}$ б) $\int (2x^3+1)^4 dx$ B) $\int (1-x) \cdot \sin x dx$
37. a) $\int 2^{5x} dx$ б) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ B) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$
38. a) $\int 3 \cos 5x dx$ б) $\int \sqrt{e^x+1} \cdot e^x dx$ B) $\int x \cdot \arctg x dx$
39. a) $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ б) $\int \frac{\cos x dx}{2 \sin x + 1}$ B) $\int e^x \cdot \cos x dx$
40. a) $\int \frac{8 dx}{x}$ б) $\int \frac{xdx}{\sin^2 2x^2}$ B) $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$

5. Выполните действия с комплексными числами:

41. $\frac{(1-2i) \cdot (2+i)}{3-2i}$

42. $\frac{5+2i}{2-5i} - \frac{3-4i}{4+3i}$

43. $\frac{4+3i}{3-4i} - \frac{5-4i}{4+5i}$

44. $\frac{1-3i}{-2+i} + \frac{1+4i}{-1+3i}$

45. $\frac{2+3i}{(4+i) \cdot (2-2i)}$

46. $(3-2i) \cdot (4+4i) - 7i + 1$

$$47. \frac{3}{1+i} - \frac{5}{4-2i} + \frac{4}{1-i}$$

$$48. \frac{\sqrt{27} + i\sqrt{8}}{\sqrt{3} + i\sqrt{2}}$$

$$49. \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$50. (1 + \sqrt{3}i) \cdot (-2 - 2\sqrt{3}i)$$

6. Решите задачи:

51 а) На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 8 учебников, причем 3 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,2	0,3	0,5

52 а) В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найдите вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	3,3	1,1	3,6
p	0,2	0,3	0,5

53 а) В партии 100 одинаковых по внешнему виду изделий смешаны 40 изделий 1 сорта и 60 изделий второго сорта. Найдите вероятность того, что взятые наудачу два

изделия окажутся одного сорта.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,0	5,5	1,6
p	0,2	0,3	0,5

54 а) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найдите вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,1	0,4	0,5

55 а) В группе 16 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 6 студентов. Найдите вероятность того, что среди отобранных студентов три отличника.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	2,3	3,1	7,5
p	0,3	0,3	0,4

56 а) Студент выучил 20 вопросов из 25. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	2,5	5,1	6,6
-----	-----	-----	-----

p	0,2	0,3	0,5
-----	-----	-----	-----

57 а) Студент выучил 20 вопросов из 25. Найдите вероятность того, что он ответит хотя бы на один вопрос.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,4	0,4	0,2

58 а) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найдите вероятность того, что оба учебника без переплета.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	1,5	3,2	8,0
p	0,2	0,3	0,5

59 а) В партии 80 одинаковых по внешнему виду изделий смешаны 20 изделий 1 сорта и 60 изделий второго сорта. Найдите вероятность того, что взятые наудачу два изделия окажутся одного сорта.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	5,8	5,1	7,4
p	0,3	0,5	0,2

60 а) Студент выучил 30 вопросов из 50. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	1,3	4,5	6,7
p	0,3	0,1	0,6

7. Исследовать функцию и построить график

61. $y = x^3 - 12x - 3$

62. $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$

63. $y = 36x - 3x^2 - 2x^3$

64. $y = x^3 - 3x^2 - 9x$

65. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

66. $y = x^3 - 4x^2 + 3x$

67. $y = x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$

68. $y = (2x - 1)^2 \cdot x$

69. $y = x \cdot (1 - x)^2$

70. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x$

8. Решить дифференциальные уравнения:

71. $y'' - 4y' - 12y = 0$

72. $y'' + 2y' + y = 0$

73. $y'' + 4y' + 5y = 0$

74. $y'' - 5y' + 4y = 0$

75. $y'' + y' - 2y = 0$

76. $y'' + 4y = 0$

77. $y'' + y = 0$

78. $y'' + 2y' + 5y = 0$

79. $y'' - y' = 0$

80. $y'' - 2y' = 0$

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Решите систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ x + y - z = 0 \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

Метод Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) \cdot (-1) =$$

$$= 15 - 8 - 1 - 4 - 10 - 3 = -11$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot 3 - 2 \cdot 0 \cdot 5 - 5 \cdot (-1) \cdot (-1) =$$

$$= 25 - 6 + 0 - 3 - 0 - 5 = 11$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{11}{-11} = -1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 \cdot 5 + 5 \cdot (-1) \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 3 - 1 \cdot 0 \cdot 4 - 5 \cdot 1 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) \cdot 3 =$$

$$= 0 - 20 + 3 - 0 - 25 + 9 = -33$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-33}{-11} = 3$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 0 \cdot 4 + 5 \cdot 1 \cdot (-1) - 5 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 3 - 3 \cdot 0 \cdot (-1) =$$

$$= 9 + 0 - 5 - 20 - 6 - 0 = -22$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-22}{-11} = 2$$

$$\text{Проверка: } \begin{cases} 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 + 2 = -3 + 6 + 2 = 5 \\ -1 + 3 - 2 = 0 \\ 4 \cdot (-1) - 3 + 5 \cdot 2 = -4 - 3 + 10 = 3 \end{cases}$$

Ответ: $x = -1$, $y = 3$, $z = 2$.

2. Вычислите пределы:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2 - 9}{n^2 - 3n} = \frac{0}{0} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3) \cdot (n+3)}{n \cdot (n-3)} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{n+3}{n} = \frac{3+3}{3} = 2$$

$$\text{б) } \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m^3 - m^2 - 1}{m^3 + m - 1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{m^3}{m^3} - \frac{m^2}{m^3} - \frac{1}{m^3}}{\frac{m^3}{m^3} + \frac{m}{m^3} - \frac{1}{m^3}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{m} - \frac{1}{m^3}}{1 + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^3}} = \frac{1 - 0 - 0}{1 + 0 - 0} = 1$$

3. Найдите производные:

$$\text{a) } y' = \frac{(\operatorname{ctgx})' \cdot \sqrt{x} - \operatorname{ctgx} \cdot (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \sqrt{x} - \operatorname{ctgx} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{-2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \operatorname{ctgx} \cdot \sin^2 x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x} =$$
$$= \frac{-2x - \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \sin^2 x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x} = \frac{-2x - \cos x \cdot \sin x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x}$$

$$\text{б) } y' = (\sqrt{\cos x + 5})' = \frac{1}{\sqrt{\cos x + 5}} \cdot (\cos x + 5)' = \frac{-\sin x}{\sqrt{\cos x + 5}}$$

$$\text{в) } f'(x) = (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad f'(0) = -\frac{1}{\sqrt{1-0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1}} = -1$$

4. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = x^3 - 3x.$$

Решение:

1) Функция определена на всей числовой оси, т. е. ее область определения $D(y) = (-\infty; +\infty)$.



2) Найдем точки пересечения с осями координат:

с осью ОХ: решим уравнение $x^3 - 3x = 0$

$$x(x^2 - 3) = 0, \quad x = 0 \quad \text{или} \quad x = \pm\sqrt{3}.$$

с осью ОУ: $y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 = 0$

3) Выясним, не является ли функция четной или нечет

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
y''	-	0	+
y		точка перегиба 0	

ной:




$$y(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x) = -y(x).$$

Отсюда следует, что функция является нечетной.

4) Функция неперiodична.

5) Найдем промежутки монотонности и точки экстремума функции: $y' = 3x^2 - 3$.

Критические точки: $3x^2 - 3 = 0$, $x^2 = 1$, $x = \pm 1$.

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 1)$	1	$(1, +\infty)$
y'	+	0	-	0	+
y		т. max 2		т. min -2	

$$y(0) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = 2$$

$$y(2) = 1^3 - 3 \cdot 1 = -2$$

6) Найдем промежутки выпуклости и точки перегиба функции:

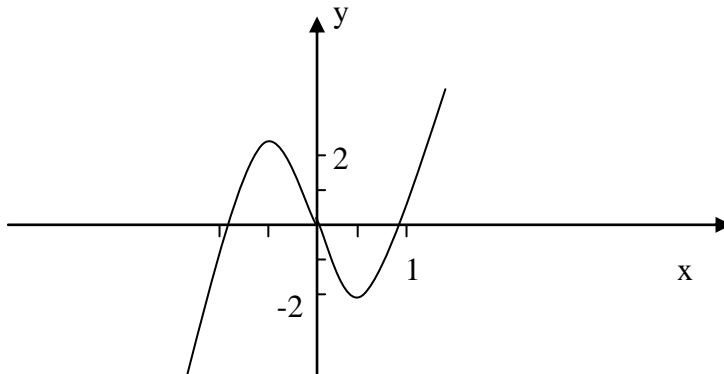
$$y'' = 6x$$

Критические точки: $6x = 0$, $x = 0$.

$$y(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 = 0$$

7) Функция непрерывна, асимптот у нее нет.

8) По результатам исследования построим график функции:



5. Вычислите интегралы:

а) $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \arcsin \frac{x}{3} + C$

б) $\int \cos 3x dx = \int \begin{bmatrix} 3x = t \\ 3 dx = dt \\ dx = \frac{dt}{3} \end{bmatrix} = \int \frac{\cos t dt}{3} = \frac{1}{3} \int \cos t dt = \frac{1}{3} \sin t + C$

$= [\text{возвращаемся к переменной } x] = \frac{1}{3} \sin 3x + C$

$$\int \operatorname{arctg} x dx = \left[\begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x \quad du = \frac{dx}{1+x^2} \\ dv = dx \quad v = x \end{array} \right] = u \cdot v - \int v du =$$

$$\text{В) } x \cdot \operatorname{arctg} x - \int \frac{xdx}{1+x^2} = x \cdot \operatorname{arctg} x - \int \frac{xdx}{1+x^2} \left[\begin{array}{l} 1+x^2 = t \\ 2xdx = dt \\ xdx = \frac{dt}{2} \end{array} \right] = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t}$$

$$= x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln t + C = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C.$$

6. Выполните действия с комплексными числами:

Найдите $(2+i) + (3-i^2)$.

$$(2+i) + (3-2i) = (2+3) + i(1-2) = 5-i$$

7. Решите задачи:

а) Студент выучил 40 вопросов из 50. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

$$P(A) = \frac{40}{50} \cdot \frac{39}{49} \cdot \frac{38}{48} = 0,8 \cdot 0,796 \cdot 0,792 = 0,5041$$

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	3,0	3,1	2,6
p	0,5	0,3	0,2

Решение:

Математическое ожидание: $M(X) = np$

$$M(X) = 3 \cdot 0,5 + 3,1 \cdot 0,3 + 2,6 \cdot 0,2 = 1,5 + 0,93 + 0,52 = 2,95$$

Дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$

$$M^2(X) = 8,7025$$

$$M(X^2) = 9 \cdot 0,5 + 9,61 \cdot 0,3 + 6,76 \cdot 0,2 = 4,5 + 2,883 + 1,352 = 8,735$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 8,735 - 8,7025 = 0,0325 \approx 0,03$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,03} = 0,17$$

81. Решить дифференциальные уравнения:

a. $y'' + 9y = 0$.

Решение: Заменим данное уравнение характеристическим

$$k^2 + 9 = 0, \text{ найдем корни, } k^2 = -9, \text{ значит } k_{1,2} = \pm 3i.$$

Отсюда действительная часть комплексного числа $\alpha = 0$, мнимая часть $\beta = 3$, следовательно общее решение имеет вид:

$$y = e^{0 \cdot x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x).$$

Ответ: $y = e^{0 \cdot x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

b. $y'' + 6y' + 25y = 0$

Решение: Заменим данное уравнение характеристическим:

$$k^2 + 6k + 25 = 0.$$

Решая его, получаем $D = 36 - 4 \cdot 25 = 36 - 100 = -64$;

$$k_1 = \frac{-6 - 8i}{2} = -3 - 4i, \quad k_2 = \frac{-6 + 8i}{2} = -3 + 4i;$$

получили комплексно - сопряженные корни, где $\alpha = -3$ и $\beta = 4$. Тогда общее решение запишется в виде $y = e^{3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$.

Ответ: $y = e^{3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

c. Решить дифференциальное уравнение

$$y'' + 4y' + 4y = 0.$$

Решение: Заменим данное уравнение характеристическим:

$$k^2 + 4k + 4 = 0 .$$

Решая его, получаем $D = 4^2 - 4 \cdot 4 = 16 - 16 = 0 ;$

$$k_1 = k_2 = \frac{-4}{2} = -2 ,$$

получили два одинаковых действительных корня, тогда

общее решение уравнения запишется в виде $y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x) .$

Ответ: $y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x) .$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Теоретические вопросы

1. Матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами.
2. Определители: виды, приемы вычисления
3. Обратная матрица.
4. Методы решения систем линейных уравнений: метод Крамера, матричный метод, Метод Гаусса.
5. Предел и непрерывность функции. Неопределенности.
6. Производная. Правила дифференцирования.
7. Приложения дифференциального исчисления.
8. Первообразная. Неопределенный интеграл.
9. Правила интегрирования. Таблица основных интегралов.
10. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.
11. Определенный интеграл. Геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
12. Методы вычисления определенного интеграла: заменой переменной, по частям.
13. Вычисление площади определенным интегралом.
14. Вероятность события. Свойства вероятности.
15. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
16. Дискретная случайная величина. Числовые характеристики ДСВ.
17. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
18. Числовые характеристики выборки.
19. Понятие комплексного числа. Модуль комплексного числа.
20. Операции с комплексными числами.

Практические задания

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 2}$.

3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + 4x - 3}{5x^2 + 2x + 1}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 1}{2 - x^4 + 3x^3}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 6x^2}{2 + 3x^2}$.
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$.
8. Найти производную функции $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$.
9. Найти производную функции $y = 3^{2x^2}$.
10. Найти производную функции $y = 7\sqrt{x} - 4 \operatorname{tg} x$.
11. Найти производную функции $y = \ln \sin x$.
12. Найти производную функции $y = \cos x \cdot x^9$.
13. Найти производную функции $y = \sin x \cdot \sqrt{x}$.
14. Найти производную функции $y = x^2 + \sin x$.
15. Найти производную функции $y = e^{\cos x}$.
16. Найти производную функции $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$.
17. Найти интеграл $\int x \cdot \sin x dx$.
18. Найти интеграл $\int x \cdot \cos x dx$.
19. Найти интеграл $\int x \cdot \ln x dx$.
20. Найти интеграл $\int x \cdot e^x dx$.
21. Найти интеграл $\int \arcsin x dx$.
22. Найти интеграл $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$.
23. Найти интеграл $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$.
24. Найти интеграл $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$.
25. Решить задачу:

На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 8 учебников, причем 3 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

26. Решить задачу:
Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,2	0,3	0,5

27. Решить задачу:

В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найдите вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

28. Решить задачу:

Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	3,3	1,1	3,6
p	0,2	0,3	0,5

29. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y - 3z = 2 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \end{cases}$$

30. Решить задачу:

Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,0	5,5	1,6
p	0,2	0,3	0,5

31. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 5x - 5y - 6z = 1 \\ -13x + 4y + 3z = 1 \\ 7x + y + z = 0 \end{cases}$$

32. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 3x + 4y - 3z = 2 \\ -3x + 4y + 3z = 14 \\ 7y + 5z = 29 \end{cases}$$

33. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 5x + 2y - 4z = 6 \end{cases}$$

34. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 7x + 3y + 2z = 21 \\ 7x - 4y + z = 12 \\ 2x - 3y - z = -1 \end{cases}$$

35. Выполните действия с комплексными числами: $\frac{5 + 2i}{2 - 5i}$

36. Выполните действия с комплексными числами: $\frac{3 - 4i}{4 + 3i}$

37. Выполните действия с комплексными числами: $\frac{4 + 3i}{3 - 4i}$

38. Выполните действия с комплексными числами: $\frac{5 - 4i}{4 + 5i}$

39. Выполните действия с комплексными числами: $(3 - 2i) \cdot (4 + 4i)$

40. Выполните действия с комплексными числами: $(4 - 2i) \cdot (4 + i)$

Титульный лист оформляется по образцу.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НОВОСИБИРСКОЙ ОБЛАСТИ

«НОВОСИБИРСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине _____
(наименование дисциплины)

студента _____ (фамилия,
имя, отчество)

группы _____ курса _____ специальность _____

Работа принята к проверке: « _____ » _____ 20__ г.

Оценка _____ Дата проверки « _____ » _____ 20__ г.

Преподаватель _____
(фамилия, имя, отчество)

Основные источники:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений.- М.: Высш. шк., 2012.
2. Дадаян А.А. Математика: учебник - М.: Форум, 2011.
3. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика: Учеб. пособие для техникумов.- М.; Высш. школа, 2010

Дополнительные источники:

1. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа I иII части. – М.: Наука, 2010
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Росткнига, 2012
3. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник /Под ред. В.И. Ермакова/- М.:ИНФРА-М, 2011